Optimierung durch Selbstorganisation - Untersuchungen zum lokalen Minoritätenspiel

Thomas Kalinowski, Hans-Jörg Schulz und Michael Briese

29. März 2000

> ,,Jeder einzelne wird sich darum bemühen sein Kapital so anzulegen, daß es den höchsten Wert erzielen kann. Im allgemeinen wird er weder darauf aus sein, das öffentliche Wohl zu fördern noch wird er wissen, inwiefern er es fördert. Er interessiert sich lediglich für seine eigene Sicherheit und seinen eigenen Gewinn. Und dabei wird er von einer unsichtbaren Hand geleitet, ein Ziel zu fördern, das keineswegs in seiner Absicht gelegen hatte. Indem er seinen eigenen Interessen dient, fördert er das Wohl der Allgemeinheit oft auf weit wirksamere Weise, als wenn es in seiner wahren Absicht gelegen hätte, es zu fördern."

(Adam Smith, An Inquiry into the Nature and Causes of the Wealth of Nations, 1776)

1 Einleitung

1.1 Zur Motivation des Minoritätenspiels

In vielen Bereichen der heutigen Wissenschaft gibt es Systeme, die sich der Beschreibung durch konventionelle Methoden entziehen: jene Systeme gehören zur sogenannten Klasse von komplexen Systemen. Paradoxerweise ist ihre Haupteigenschaft die Einfachheit im Detail: eine große Zahl von zumeist simplen Einheiten erzeugt durch Interaktion untereinander kompliziertes Verhalten, welches nicht durch die Funktionsweise eines Einzelelements verstanden werden kann. Vereinfacht ausgedrückt: das Ganze ist mehr als die Summe seiner Teile. In diesem Zusammenhang entstand ein noch junger Wissenschaftszweig, die sogenannte "Ökonophysik"[1]. Gerade auf dem Gebiet der Wirtschaftswissenschaften findet die Theorie komplexer Systeme viele Anwendungsmöglichkeiten: wirtschaftliche Einheiten, verbunden durch eine Vielzahl von Beziehungen untereinander, erzeugen durch Handeln miteinander Angebot und Nachfrage. Trotz des vorherrschenden Prinzips der Konkurrenz kann die Dynamik des Systems zu vielen verschiedenen Verhaltensweisen führen, unter anderem sogar Kooperation. Unter Kooperation verstehen wir hier ein Verhalten, daß zur Steigerung des Allgemeinwohls führt, obwohl die Individuen nur an ihrem eigenen Erfolg interessiert sind (entsprechend der "unsichtbaren Hand" von Adam Smith). Wie kann sich nun solch

[1] http://www.unifr.ch/econophysics

ein kooperatives Verhalten entwickeln? Ein Modell, welches diese Frage zu beantworten versucht, ist das Minority Game (Minoritätenspiel), das als "El-Farol-Bar Problem" [1] bekannt wurde und nachfolgend mit MG abgekürzt wird. In diesem Modell treffen die Mitspieler einfache Entscheidungen anhand von persönlichen Strategien und beeinflussen sich dabei in bestimmter Weise gegenseitig. In dieser Jugend-forscht Arbeit möchten wir das von uns vorgeschlagene lokale Minoritätenspiel genauer untersuchen, welches sich von der "klassischen" Version [2] in der Art der Informationsverarbeitung unterscheidet.

1.2 Zur Entstehung dieser Arbeit

Bereits im letzten Jahr nahmen wir beim Jugend-forscht-Landeswettbewerb Mecklenburg-Vorpommern mit der Arbeit "Kooperation durch Konkurrenz - Untersuchungen zu einem Spiel" teil und erreichten einen zweiten Platz. Nach Beendigung des Wettbewerbs wollten wir es jedoch genauer wissen: Haben unsere Ergebnisse wissenschaftliche Bedeutung und wenn ja, welche? Zu diesem Zweck schickten wir eine englische Übersetzung unserer Arbeit an Damien Challet von der Universite de Fribourg, welcher bereits mehrere Publikationen über das Minoritätenspiel verfasst hat. Er machte viele konstruktive Anmerkungen, die es jedoch erforderlich machten, den Inhalt grundlegend zu überarbeiten und um einige wichtige Aspekte zu erweitern. Nach mehrmaligem Schriftwechsel machte uns Damien Challet den Vorschlag, unsere Arbeit bei der physikalischen Fachzeitschrift Physica A des Elsevier Verlags einzureichen. Nachdem unser Manuskript im Dezember 1999 von einem Editor der Zeitschrift zur Publikation empfohlen wurde, erschien sie im März diesen Jahres in der Ausgabe 277/3-4, Seiten 502-508.

2 Systembeschreibung

Das MG ist ein Modell einer Konkurrenzsituation, in der jedes Individuum einer Population der Größe N bestrebt ist, von zwei Verhaltensoptionen jeweils diejenige zu wählen, für die sich eine Minderheit entscheidet. Jeder Agent hat einen Vorrat von s Strategien, mit deren Hilfe er sein Verhalten im nächsten Zeitschritt in Abhängigkeit von der ihm zugänglichen Information bestimmt. Eine Strategie ist eine Funktion $f : I \longrightarrow \{0,1\}$, wobei I die Menge der möglichen Werte ist, die die Parameter annehmen können, von denen die Entscheidung des Agenten abhängt, und durch 0 und 1 die beiden möglichen Alternativen repräsentiert werden. In der Tabelle ist eine Beispielstrategie für $m = 3$ dargestellt:

Input	Voraussage
000	0
001	1
010	1
011	0
100	1
101	0
110	0
111	1

Zur Entscheidungsfindung wird jeweils die in der Vergangenheit erfolgreichste Strategie herangezogen (Adaptivität). Der Erfolg einer Strategie ist definiert durch die Anzahl ihrer virtuellen Punkte, wobei jede Strategie in jedem Durchgang einen virtuellen Punkt genau dann erhält, wenn ihre Anwendung erfolgreich gewesen wäre, unabhängig davon, ob sie tatsächlich benutzt worden ist. Im ursprünglichen MG besteht die Information, die als Input der Strategien verwendet wird jeweils aus den Gewinnerseiten der letzten m Zeitschritte, diese ist also global in der gesamten Population dieselbe. Wir schlagen nun eine neue, lokale Form der Information vor, nach der sich die Strategien der Spieler richten, nämlich die Entscheidungen der Nachbarn im letzten Zeitschritt[2]. Dieses System nennen wir Minority Game mit lokaler Information(MGLI). Die Parameter von denen das Verhalten des Systems abhängt, sind die Anzahl der Agenten N, die Intelligenz m (die Länge des verarbeiteten Bitstrings) und die Anzahl der Strategien s. Für die allgemeine Analyse gehen wir davon aus, daß die letzten beiden Werte innerhalb der Population konstant sind. Zur Beschreibung des Verhaltens des Systems eignet sich besonders gut die Standardabweichung σ der Anzahl der Agenten auf der Minoritätenseite. σ ist ein Maß dafür, wie gut die Agenten kooperieren, je besser die vorhandenen Ressourcen genutzt werden, desto kleiner ist σ. Um die Anzahl der Agenten in die Analyse einzubeziehen, muß die Größe $\frac{\sigma^2}{N}$ betrachtet werden. Diese ist für zufälliges Verhalten der Agenten (wenn

[2] Im allgemeinen wären natürlich unterschiedliche Topologien für die Anordnung der Agenten denkbar. Wir beschränken uns hier jedoch auf die kreisförmige Anordnung.

sie sich also z.B. durch einen Münzwurf für eine Alternative entscheiden) konstant gleich $\frac{1}{4}$.

Zunächst analysieren wir den Einfluß der Strategienzahl s auf das Verhalten des MGLI. Es stellt sich heraus, daß $\frac{\sigma^2}{N}$ mit steigendem s für verschiedenen Werte von m und N nur sehr leicht anwächst, während sich das System für $s = 1$ wie bei rein zufälligen Entscheidungen verhält, weil dann die Adaptivität nicht mehr gegeben ist. Für die weitere Analyse setzen wir $s = 2$ und konzentrieren uns auf die Systemparameter m und N.

3 Die Abhängigkeit von m

In Abb.1 und 2 haben wir σ als Funktion von N auf einer log-log-Skala dargestellt. Für festes m liegen alle Punkte näherungsweise auf einer Geraden. der Anstieg ist etwa 1 für $m = 1$ und $m = 2$ und 0.5 für $m \geq 3$. Folglich ist allgemein $\sigma \sim N$ für $m < 3$ und $\sigma \sim \sqrt{N}$ für $m \geq 3$. Wir können also schließen, daß für kleine m $\frac{\sigma^2}{N}$ und für große m $\frac{\sigma^2}{N^2}$ nur von m abhängige Funktionen sind. Um dies zu illustrieren, stellen wir in Abb.3 $\frac{\sigma^2}{N}$ bzw. $\frac{\sigma^2}{N^2}$ in Abhängigkeit von m dar und bemerken, daß die Punkte annähernd auf einer gemeinsamen Kurve liegen. Diese Näherung ist umso besser, je größer m ist. Was ist der Grund für diese unterschiedliche Skalierung von σ? Wir vermuten einen Phasenübergang zwischen $m = 2$ und $m = 3$, weil die Strategien, und damit das Verhalten der verschiedenen Agenten, für $m \geq 3$ weniger korreliert ist als bei kleinen m. Hier tritt ein Herdeneffekt auf, der dadurch zu begründen ist, daß insgesamt nur relativ wenige Strategien zur Verfügung stehen, folglich viele Spieler ähnliche Strategien haben, und somit auch ähnliche Entscheidungen treffen. Im Vergleich zum ursprünglichen MG ist dieser Herdeneffekt jedoch viel kleiner, weil die Agenten lokal unterschiedliche Informationen verarbeiten.

4 Der Fall $m = 3$

In Abb.4 haben wir die Skalierung für alle m gleich gewählt, um zu sehen, daß das Minimum von σ im MGLI stets bei $m = 3$ liegt, im Unterschied zum MG, wo dieses Minimum von N abhängig ist. Der Grund hierfür ist die geringere Korrelation zwischen den Agenten, so daß der Herdeneffekt eine geringere Rolle spielt: Wenn wir N vergrößern, verstärkt sich die Wechselwirkung nicht so stark wie beim MG, da die Agenten lokale Informationen verarbeiten. Wir wollen nun der Frage nachgehen, wie die außerordentlich gute Kooperation zwischen den Agenten für $m = 3$ erklärt werden kann. Dazu untersuchten wir zwei Abwandlungen des Modells.

1. Jeder Agent erhält unabhängig von den anderen eine völlig zufällige Information als Input. Auch in diesem Fall tritt schon Kooperation auf, die durch die Adaptivität, also die Möglichkeit sich zwischen den Strategien zu entscheiden, zustande kommt. Die Abweichung vom Zufallspiel ist allerdings äußerst gering und nimmt mit wachsendem m sehr schnell ab.

2. Die Informationen der Agenten sind zufällig, hängen aber zusammen, als ob es sich um reale Informationen über Nachbarschaften handeln würde, d.h. daß sich die Informationen der aufeinanderfolgenden Agenten überschneiden. Die Kooperation ist in diesem Fall besser als im ersten aber bei weitem nicht so gut wie im Standard-MGLI. (Abb. 5)

Wir erkennen somit, daß die Kooperation im MGLI auf zwei wesentlichen Faktoren beruht: Erstens muß eine bestimmte Beziehung zwischen den Bitstrings bestehen, die den Agenten zur Verfügung stehen, und zweitens müssen diese Bitstrings auch die tatsächlichen Entscheidungen der Nachbarn im letzten Zeitschritt repräsentieren. Dies ist ein fundamentaler Unterschied zum MG, wo nur die Beziehung zwischen den Bitstrings eine Rolle spielt, während deren tatsächlicher Inhalt irrelevant ist.[6]

5 Die Evolution

Im folgenden soll nun die Frage diskutiert werden, ob ein Minoritätenspiel mit lokaler Information mittels Evolutionsmechanismen optimiert werden kann. Der "genetische Code" eines Agenten besteht aus zwei Genen: der Intelligenz m und der Anzahl der Strategien s. Während also die Quantität der Strategien als ein beeinflussbares Gen dem Genom eines Agenten angehört, soll die Qualität der Strategien hier keine Rolle spielen und bleibt im Verlauf des gesamten Prozesses konstant. Die erste Evolutionsmethode, die hier beschrieben werden soll, ersetzt nach n Zeitschritten den schlechtesten Agenten durch eine Variante des besten. Dabei übernimmt also der schlechteste Agent die Gene m und s des besten, wobei diese mit einer bestimmten Wahrscheinlichkeit um 1 vermindert oder erhöht werden. ($1 < m < 10$, $1 < s < 10$)

Die Mutationsrate, also ebendiese bestimmte Wahrscheinlichkeit, mit der das Genom modifiziert wird, ergibt sich aus der Standardabweichung, so daß bei höherem Kooperationsgrad weniger Mutationen auftreten. Das ist insofern sinnvoll, als das der Kooperationsgrad, der durch die Standardabweichung ausgedrückt wird, ja der Systemparameter ist, der optimiert werden soll. So wichtig, wie eine hohe Mutationsrate am Anfang der Optimierung zur Vermeidung lokaler Optima ist, je näher der Optimierungsprozess dem globalen Optimum einer sehr kleinen Standardabweichung kommt, um so weniger sinnvoll wird sie, da sich das System wieder von dem Optimum entfernen würde. Durch die beschriebene Form der Mutation werden Populationen von Agenten mit unterschiedlichster Intelligenz und Strategiezahl möglich. Neben dieser globalen Evolutionsmethode soll noch eine lokale beschrieben werden. Hierbei wird nach n Zeitschritten jeder Agent durch den besten seiner direkten Nachbarn ersetzt, wenn dieser besser abgeschnitten hat. Das Ersetzen erfolgt dabei nach den gleichen Regeln, wie bei der ersten Methode. Es ist offensichtlich, daß beide Methoden ohne Probleme auf Minoritätenspiele mit lokaler Information und unterschiedlichen Topologien adaptiert werden können. Daher wurden sie auch als Grundlage der nachfolgend erläuterten Computerexperimente verwandt, wobei aber zu beachten bleibt, daß die gewonnenen Ergebnisse für das MGLI keine Aussagen über die verwendeten Evolutionsmethoden im Allgemeinen zulassen. Mittels selbsterstellter Simulationssoftware wurden Experimente an einem MGLI mit 101 Agenten durchgeführt, wobei die Population am Anfang einheitlich auf eine Intelligenz $m = 5$ und eine Strategiezahl $s = 4$ gesetzt wurde. Die Strategien wurden am Anfang zufällig festgelegt und wie beschrieben im Verlauf der Evolution nicht verändert. Es zeigte sich, daß die globale Evolutionsmethode keinen Einfluß auf die Dynamik des MGLI hat, während die lokale Evolution den Grad der Kooperation erheblich verbesserte. Bei der zweiten Optimierungsmethode sank die Intelligenz fast aller Agenten von $m = 5$ auf $m = 2$ oder $m = 3$ (Abb. 7) und die Strategiezahl von $s = 4$ auf $s = 2$ oder $s = 3$ (Abb. 8). Da, wie bereits gezeigt, diese Parameter ein System beschreiben, das im Zuge der Selbstorganisation einen sehr hohen Kooperationsgrad entwickelt, kann man also von einer Optimierung des Grades der Kooperation durch die lokale Evolutionsmethode sprechen.

6 Ausblick

Abschließend können wir unsere Ergebnisse folgendermaßen zusammenfassen: In dem von uns dargestellten adaptiven Modell einer Konkurrenzsituation mit lokaler Information ist der Grad der Kooperation unabhängig von der Anzahl der Agenten bei einer Intelligenz $m = 3$ maximal. Diese Kooperation resultiert aus der Selbstorganisation, welche mit Hilfe eines Evolutionsmechanismus' weiter optimiert werden kann. Diese Ergebnisse beruhen allerdings auf einer Populationsgröße $N \leq 1001$, weshalb es sinnvoll erscheint, die Untersuchung für größere Populationen durchzuführen. Um einen allgemeineren Überblick über die Klasse der Minoritätenspiele mit lokaler Information zu erhalten, ist es außerdem notwendig, Modelle mit mehreren unterschiedlichen Nachbarschaftstopologien zu betrachten.

Ein Konkurrenzmodell, welches sich mit Hilfe des MG modellieren läßt, ist die Börse, wobei "KAUFEN" und "VERKAUFEN" die beiden Alternativen der Agenten sind und das Preisangebot jeweils für die Minderheit attraktiver ist. Die Differenz zwischen der Anzahl der Käufer und der Verkäufer ist ein Maß für die Preisvolatilität der Wertpapiere. Eine Minimierung des Risikos würde mit einer Minimierung dieser Preisvolatilität einhergehen.

Aussagen über Konkurrenzmodelle im Allgemeinen können aber erst getroffen werden, wenn die von uns gewonnenen Erkenntnisse durch Untersuchungen an anderen Modellen (z.B. iteriertes Gefangenendilemma) komplettiert werden.

Literatur

[1] W. Brian Arthur, American Economy Association Papers and Proceedings 84, 406 (1994)

[2] R.Manuca, Y.Li, R.Riolo, R.Savit: The Structure of Adaptive Competition in Minority Games, adap-org/9811005, 1998

[3] D. Challet, Y.-C. Zhang: Emergence of Cooperation and Organization in an Evolutionary Game, Physica A 246, 407 (1997)

[4] R. Savit et al.: Adaptive Competition, Market Efficiency, Phase Transitions, PRL, 82(10), 2203 (1999)

[5] Y.-C. Zhang: Modeling Market Mechanism with Evolutionary Games, Europhys. News 29, 51 (1998)

[6] A. Cavagna: Irrelevance of Memory in the Minority Game (1998)

[7] M. A. R. de Cara et al.: Competition, efficiency and collective behavior in the "El Farol" bar problem (1998)

[8] M. A. R. de Cara et al.: Learning, competition and cooperation in simple games (1999)

[9] M. Paczuski, K. E. Bassler: Self-organized Networks of Competing Boolean Agents (1999)

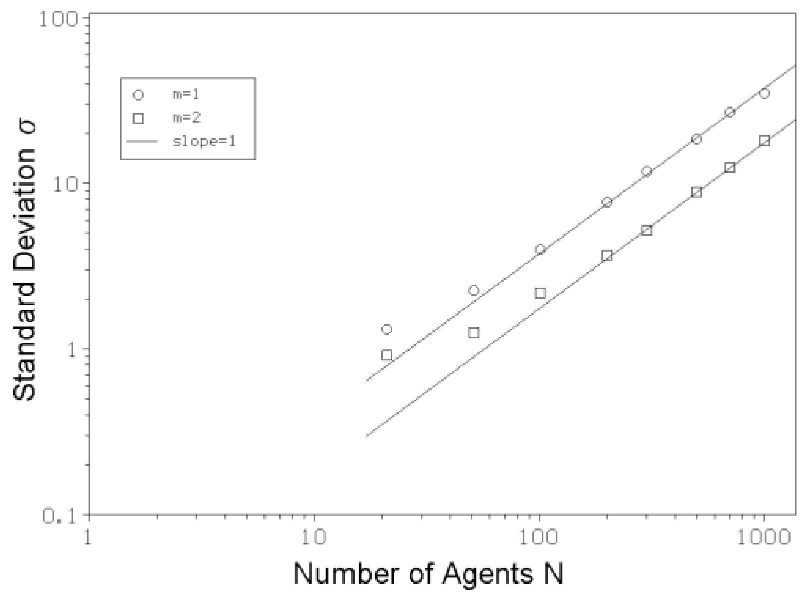

Abbildung 1: σ in Abhängigkeit von N

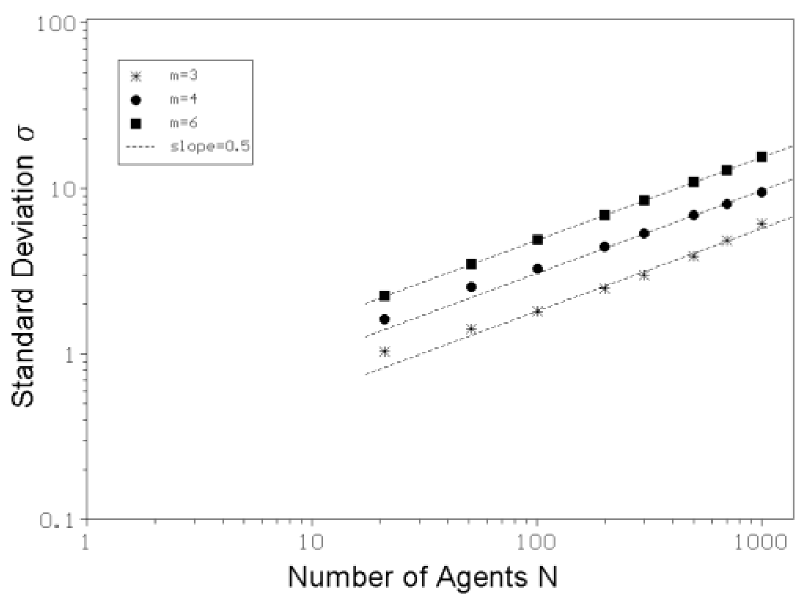

Abbildung 2: σ in Abhängigkeit von N

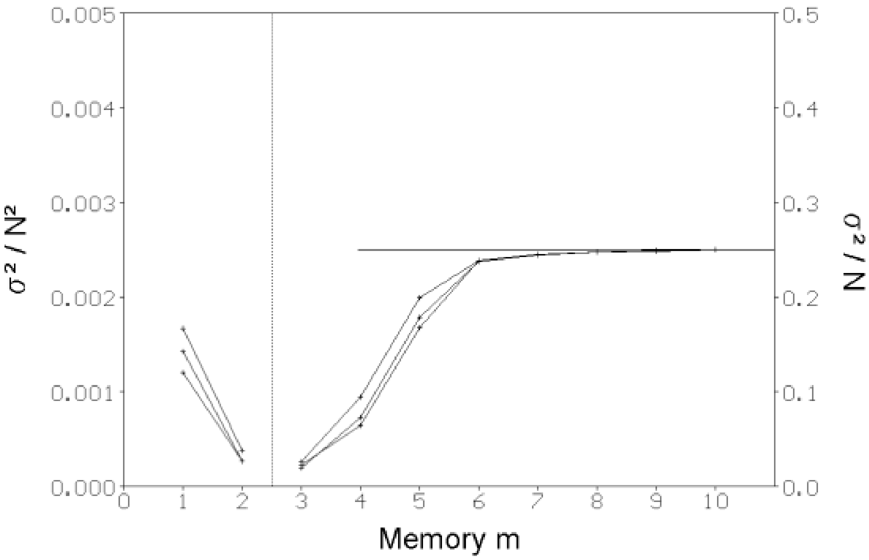

Abbildung 3: $\frac{\sigma^2}{N^2}$ bzw. $\frac{\sigma^2}{N}$ in Abhängigkeit von N

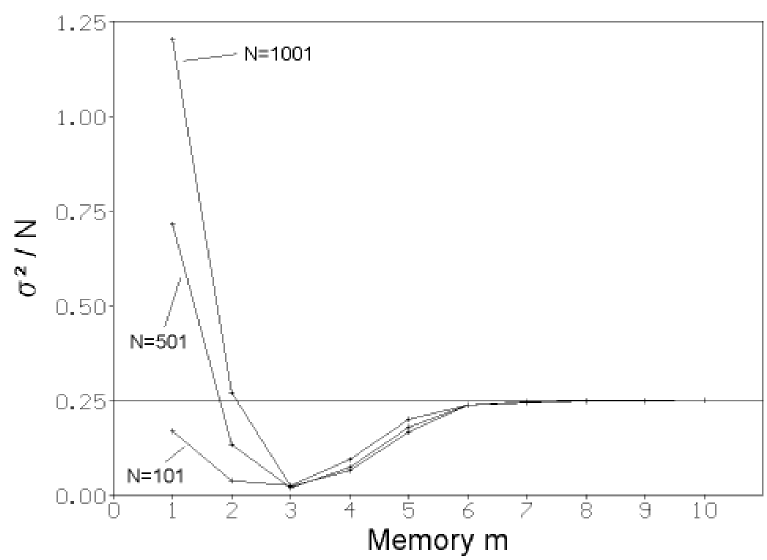

Abbildung 4: $\frac{\sigma^2}{N}$ in Abhängigkeit von m

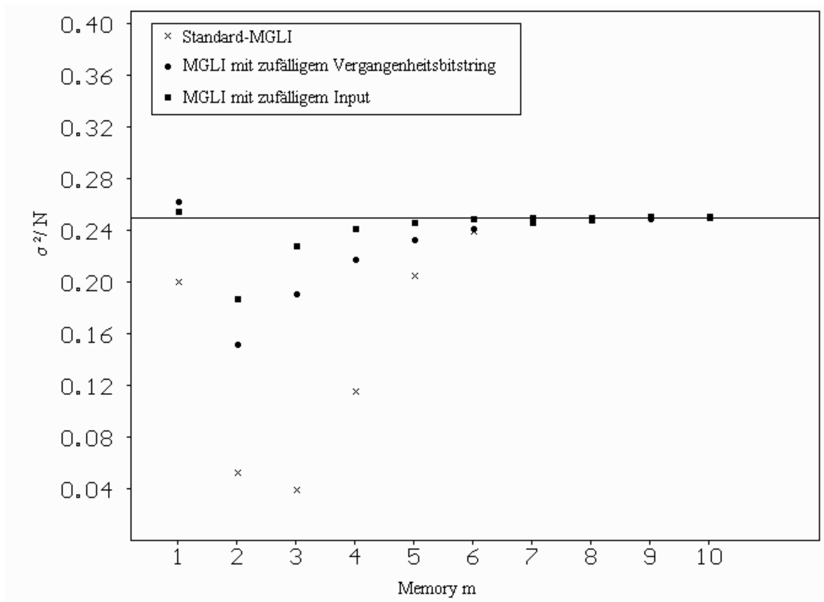

Abbildung 5: $\frac{\sigma^2}{N}$ in Abhängigkeit von m für verschiedene Varianten des MGLI

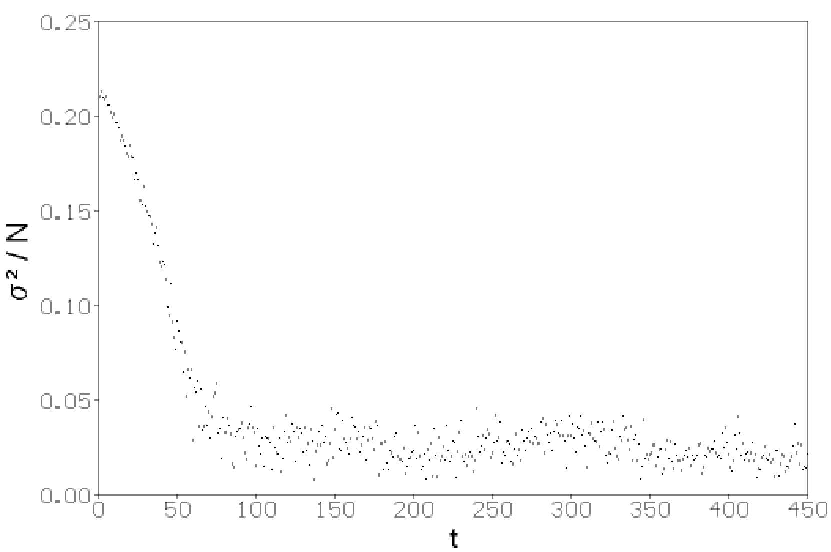

Abbildung 6: Resultat der lokalen Evolution nach 450 Schritten ($N = 101$)

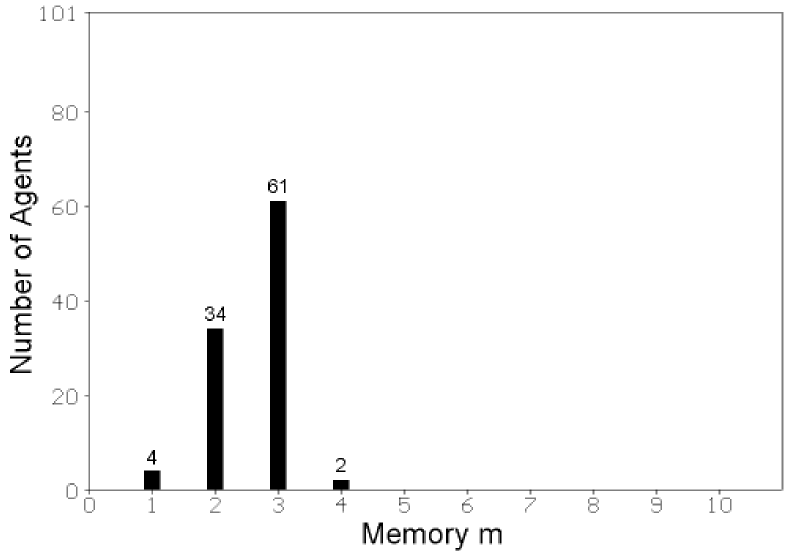

Abbildung 7: Verteilung der Intelligenz m nach 450 Schritten ($N = 101$)

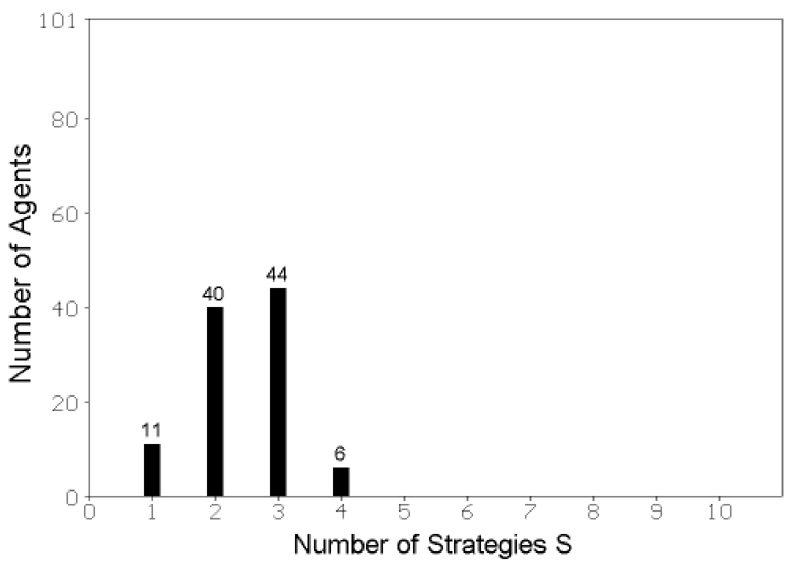

Abbildung 8: Verteilung der Strategienanzahl s nach 450 Schritten ($N = 101$)