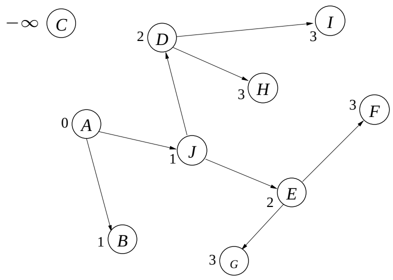
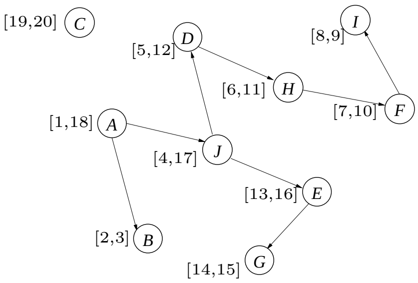
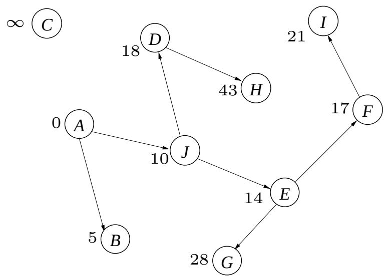
1a



1b



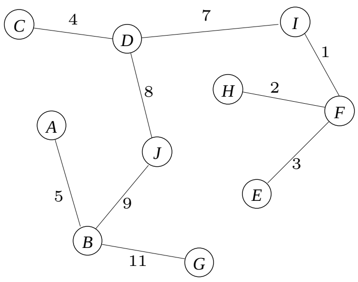
1c



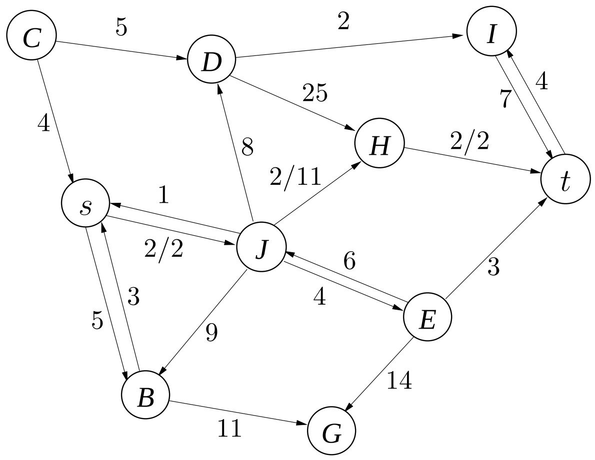
1d

$$\{A, B, D, E, G, H, J\}, \{C\}, \{F, I\}$$

1e



2a



Maximal strømning = 2.
Snit med kapacitet 2: $(\{s, B, G\}, \{C, D, E, H, I, J, t\})$

2b

Sti	Forbedring
$sJHt$	2

3a

Konstruer en uorienteret graf med en knude for hvert gitterpunkt. For hver celle check om den er fri. Hvis cellen er fri tilføj til grafen kanterne der svarer til de to diagonaler og de seks sider. Inden en kant der svarer til en side indsættes, checkes om kanten allerede er indsat i grafen - hvis den er, så indsættes kanten ikke igen. Grafen indeholder $(n+1)^2$ knuder og i alt bliver højest $2n^2 + 2n(n+1)$ kanter indsat. Den korteste vej fra s til t kan nu findes ved at køre BFS på grafen med s som startknude og rapportere stien i BFS træet fra s til t. Da grafen kan konstrueres i $O(n^2)$ tid og BFS tager tid $O(|V| + |E|) = O(n^2)$ bliver den samlede udførselstid $O(n^2)$.

3b

Konstruer en uorienteret graf hvor man har en knude (i, j, x, y) for hvert par af et gitterpunkt (i, j) og hastighedsvektor (x, y), hvor hastighedsvektoren (x, y) fører til gitterpunktet (i, j) fra gitterpunktet $(i - x, j - y)$, og hvor $0 \le i \le n$, $0 \le j \le n$, $i - n \le x \le i$ og $j - n \le y \le j$. Dvs. grafen har $O(n^4)$ knuder. For alle par af knuder $v = (i, j, x, y)$ og $v' = (i', j', x', y')$ laver vi en kant imellem v og v' hvis og kun hvis følgende er opfyldt:

- $i' = i + x'$ og $j' = j + y'$
- $-1 \le x' - x \le 1$ og $-1 \le y' - y \le 1$
- alle cellerne der skæres af liniestykket fra (i, j) til (i', j') er frie

Givet (i, j, x, y) findes der højest 3^2 knuder (i', j', x', y') der opfylder de to første krav. Dvs. der er højest $O(n^4)$ potentielle kanter hvor det sidste krav kræver at vi for hver kant checker om $\le 2n$ krydsende celler er fri. Grafen kan derfor konstrueres i tid $O(n^5)$. Endeligt checkes der vha. BFS om der en sti fra $s = (i_s, j_s, 0, 0)$ til

$t = (i_t, j_t, 0, 0)$ i tid $O(n^4)$, hvor (i_s, j_s) og (i_t, j_t) er hhv. start og slut gitterpunktet. Total tid bliver $O(n^5)$.
Note: Da man ikke må køre ud af gitteret og har begrænset acceleration og deacceleration har vi at den maksimale hastighed k i x og y-retningen skal opfylde $1+2+\cdots+k \leq n$, dvs. $k = O(\sqrt{n})$. Dette medfører at antal knuder kan begrænses til $O(n \cdot n \cdot \sqrt{n} \cdot \sqrt{n}) = O(n^3)$ og konstruktionstiden til $O(n^3\sqrt{n})$.

4a

$CC(i,j)$	2	3	4	5	6
1	2	2	2	2	2
2	-	2	2	2	2
3	-	-	3	3	3
4	-	-	-	3	4
5	-	-	-	-	4

4b

```
bsf=2
for i=1 to n-1
  for j=i+1 to n
    CC[i,j]=2
    for k=1 to i-1
      if LeftTurn(k,i,j) and CC[k,i]+1>CC[i,j] then
        CC[i,j]=CC[k,i]+1
        if CC[i,j]>bsf then bsf=CC[i,j]
return bsf
```

Tid $O(n^3)$.

4c

```
bsf=2, bi=1, bj=2
for i=1 to n-1
  for j=i+1 to n
    CC[i,j]=2
    bk[i,j]=0
    for k=1 to i-1
      if LeftTurn(k,i,j) and CC[k,i]+1>CC[i,j] then
        CC[i,j]=CC[k,i]+1, bk[i,j]=k
        if CC[i,j]>bsf then bsf=CC[i,j], bi=i, bj=j
report(bi,bj)

proc report(i,j)
  if bk[i,j]==0 then print i, j
  else report(bk[i,j],i)
       print j
```

Tid $O(n^3)$.

5a

U	Forekomster U	Forekomster $\overleftarrow{U}$
AB	1,8	3,9
BA	3,9	1,8
ABA	8	8
ABB	1	2
BBA	2	1
ABBA	1	1
AC	4	5
CA	5	4
ACA	4	4
AD	6	7
DA	7	6
ADA	6	6
BB	2	2

5b

Konstruer suffixtræet for $S\#\overleftarrow{S}\$$ i tid $O(n)$. Marker for hver knude v, om stien fra roden til v er en delstreng af S og om den er en delstreng af $\overleftarrow{S}$. Dette markeres nede fra og opefter i suffix træet i et rekursivt gennemløb i tid $O(n)$. Den knude der svarer til den længste delstreng som forekommer i både S og $\overleftarrow{S}$ rapporteres.

5c

Konstruer suffixtræet for $S\#\overleftarrow{S}\$$ i tid $O(n)$. Marker for hver knude v, hvor mange delstrenge n_v og $\overleftarrow{n}_v$ fra S og $\overleftarrow{S}$ svarer til stien fra roden til v. Dette markeres nede fra og opefter i suffix træet i et rekursivt gennemløb i tid $O(n)$. Hvis der findes en knude med $n_v = \overleftarrow{n}_v$ og delstrengen ned til knuden har mindst to tegn rapporteres strengen svarende til stien ned til den første knude med denne egenskab. Tid $O(n)$.