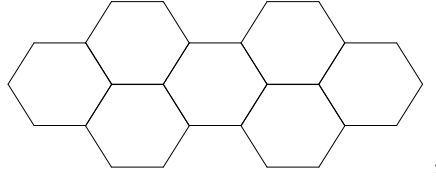




Opgave 27

Betragt følgende graf — en såkaldt $H(2)$ -graf —

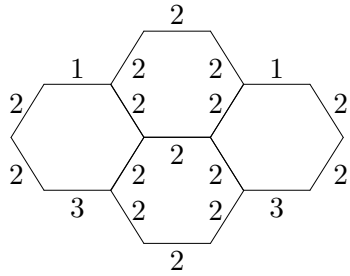


som består af 2 dobbelt-sekskanter () omgivet af 3 enkelt-sekskanter () .

Dette er et specialtilfælde af de mere generelle $H(k)$ -grafer, som består af k dobbelt-sekskanter omgivet af $k + 1$ enkelt-sekskanter.

Spørgsmål a: Angiv – udtrykt ved k – antallet af knuder og kanter i en $H(k)$ -graf. □

Betragt nu en *vægtet* $H(k)$ -graf, hvor de vandrette kanter i enkelt-sekskanterne har vægt 1 (øverst) og 3 (nederst), og hvor alle andre kanter i såvel enkelt- som dobbelt-sekskanterne har vægt 2. Eksempelvis har $H(1)$ -graften vægtet på denne måde følgende udseende



Spørgsmål b: Tegn en sådan vægtet $H(2)$ -graf og angiv et letteste udspændende træ for grafen. □

Spørgsmål c: Angiv vægten af et letteste udspændende træ for en sådan vægtet $H(k)$ -graf. Argumenter for svaret. (Vink: Husk at for en sammenhængende graf med n knuder indeholder et letteste udspændende træ $n - 1$ kanter). □

Lad $N > 3$ være et vilkårligt heltal og betragt vægtede $H(k)$ -grafer hvor alle øvre vandrette kanter i enkelt-sekskanterne har vægt 1 og alle de nedre vandrette kanter i enkelt-sekskanterne har vægt N (N erstatter 3), og hvor alle andre kanter i grafen har vægte der er strengt større end 1 og strengt mindre end N (vægtene kan være forskellige).

Spørgsmål d: Angiv en algoritme med udførselstid lineær i grafens størrelse, der finder et letteste udspændende træ for en sådan graf. Argumenter for at algoritmen er korrekt. Antag at grafen som sædvanligt er givet ved en *adjacency list* repræsentation. □