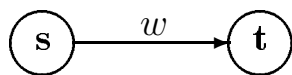


Opgave 25

Denne opgave omhandler *flade grafer*, der er specielle orienterede, vægtede grafer. De har altid to bestemte knuder **s** og **t**, og defineres i øvrigt induktivt som følger.

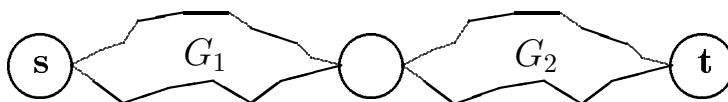
Den mindste flade graf består blot af to knuder og en enkelt kant:



To flade grafer:

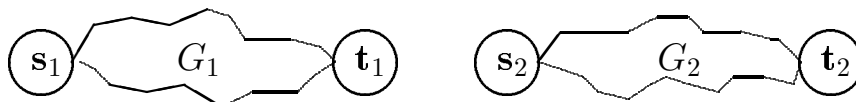


kan danne en ny ved at blive sat sammen i *serie*:

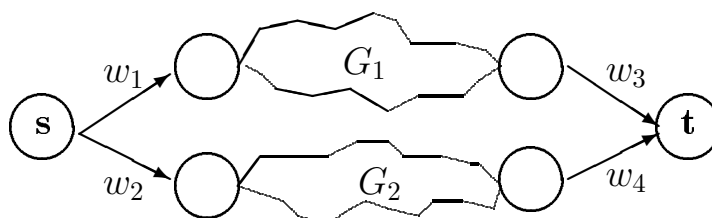


Her sammensmelter man **t**-knuden for G_1 og **s**-knuden for G_2 til en almindelig knude.

To flade grafer:



kan danne en ny ved at blive sat sammen i *parallel*:



Her introducerer man to nye knuder, der bliver henholdsvis **s**-knuden og **t**-knuden, og fire nye kanter.

a) Lad $k(n)$ være antallet af kanter i en flad graf med n knuder. Argumentér for, at $k(n) \in O(n)$.

For en flad graf er vi nu interesserede i at finde længden af den korteste vej fra **s**-knuden til **t**-knuden.

b) Hvor lang tid vil det med Dijkstras algoritme tage at løse denne opgave for en flad graf med n knuder?

c) Hvordan kan man udnytte den specielle struktur af flade grafer til at opnå en mere effektiv algoritme?