

Opgave 1 (5 %)

	Ja	Nej
$7n$ er $O(n \log n)$?	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
$n \cdot \sqrt{n}$ er $O(n^2)$?	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
$5n^2$ er $O(n \cdot \log n)$?	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>
$\sqrt{n} + n \cdot \log n$ er $O(n \cdot \sqrt{n})$?	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
$3n + 7n^3$ er $O(n^2)$?	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>

Opgave 2 (5 %)

Opskriv følgende funktioner efter stigende orden med hensyn til O -notationen:

$$\begin{aligned} &\sqrt{n} \\ &n \cdot (\log n)^2 \\ &n^2 + \log n \\ &3^n \\ &1/n \end{aligned}$$

Svar: $1/n$ \sqrt{n} $n \cdot (\log n)^2$ $n^2 + \log n$ 3^n

Opgave 3 (5 %)

Angiv for hver af nedenstående algoritmer udførelstiden som funktion af n i O -notation.

Algoritme Loop1(n)

```
 $x \leftarrow 0$   
for  $i \leftarrow 1$  to  $n$  do  
    for  $j \leftarrow i$  downto 1 do  
         $x \leftarrow x + j$ 
```

Algoritme Loop2(n)

```
 $x \leftarrow 0$   
for  $i \leftarrow 1$  to  $n$  do  
    for  $j \leftarrow 1$  to  $i$  do  
        for  $k \leftarrow 1$  to  $n$  do  
             $x \leftarrow x + i + j + n$ 
```

Algoritme Loop3(n)

```
 $i \leftarrow 1$   
 $j \leftarrow 1$   
while  $j \leq n$  do  
     $i \leftarrow i + 1$   
     $j \leftarrow j + i$ 
```

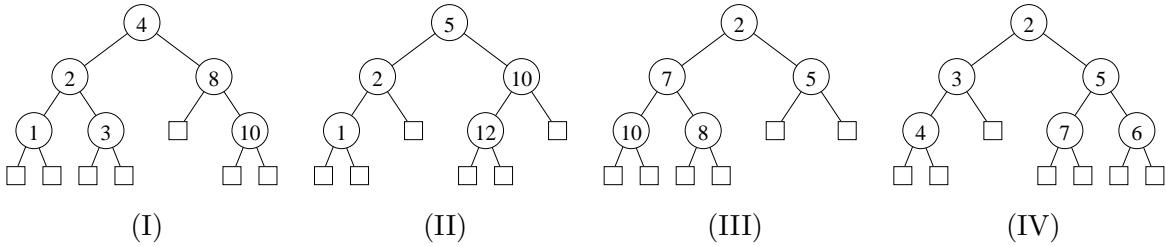
Svar Loop1: $O(n^2)$

Svar Loop2: $O(n^3)$

Svar Loop3: $O(\sqrt{n})$

Opgave 4 (5%)

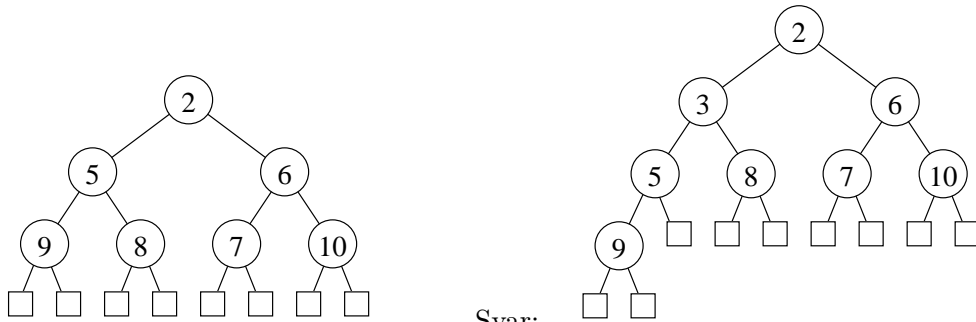
Angiv for hver af nedenstående binære træer om det er en lovlig binær heap eller et lovligt binært søgetræ.



	Heap	Søgetræ	Hverken heap eller søgetræ
(I)	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
(II)	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>
(III)	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
(IV)	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>

Opgave 5 (5%)

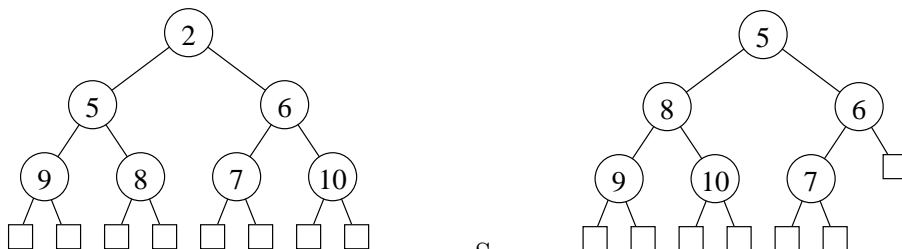
Tegn hvordan nedenstående binære heap ser ud efter indsættelse af elementet 3.



Svar: _____

Opgave 6 (5%)

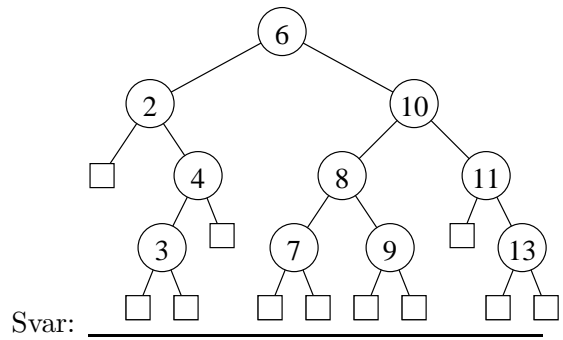
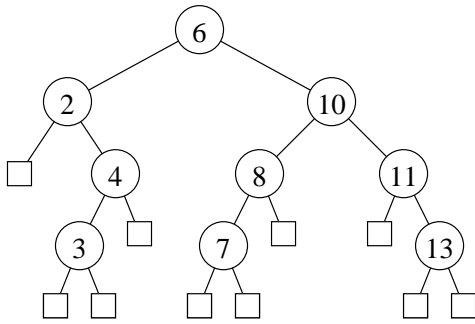
Tegn hvordan nedenstående binære heap ser ud efter en removeMin operation.



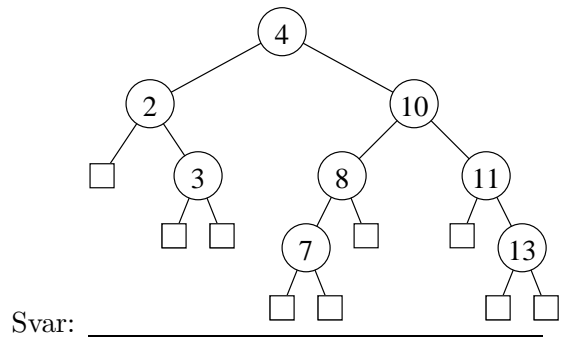
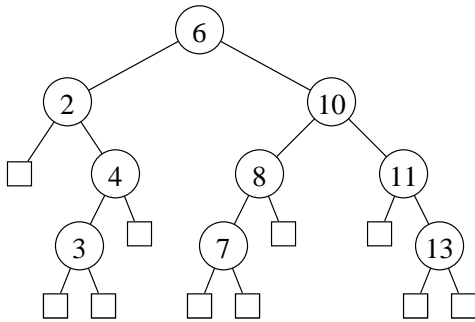
Svar: _____

Opgave 7 (5%)

Tegn hvordan nedenstående ubalancerede binære søgetræ ser ud efter indsættelse af elementet 9.

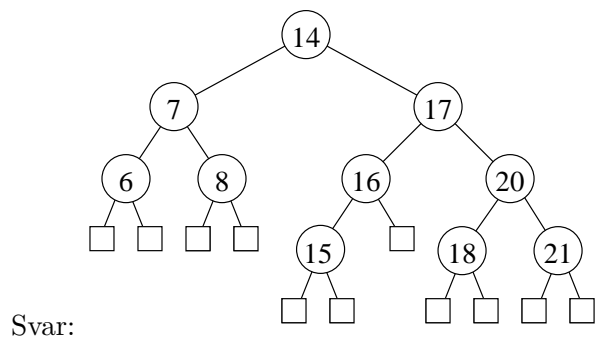
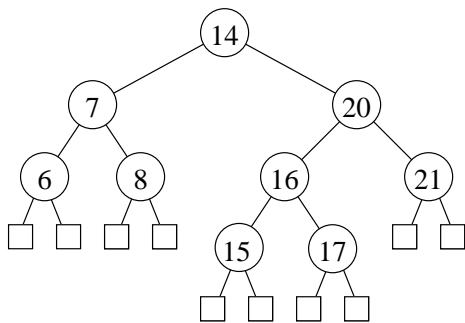


Tegn hvordan nedenstående ubalancerede binære søgetræ ser ud efter slettelse af elementet 6.



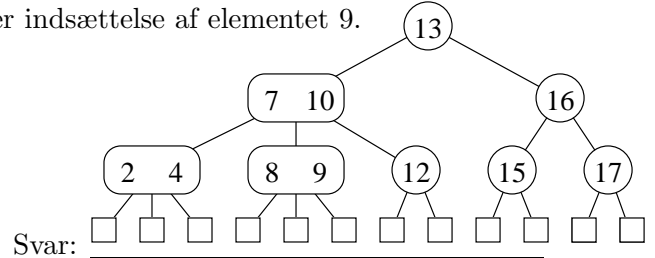
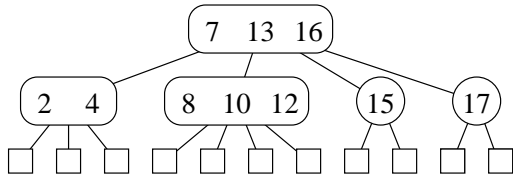
Opgave 8 (5%)

Tegn hvordan nedenstående AVL-træ ser ud efter indsættelse af elementet 18.



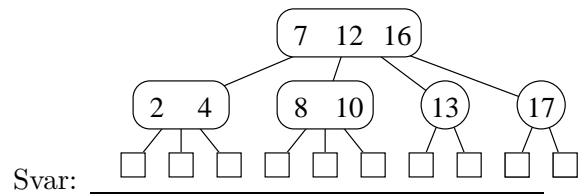
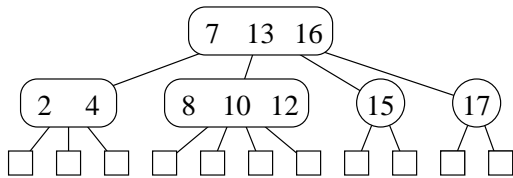
Opgave 9 (5%)

Tegn hvordan nedenstående (2,4) træ ser ud efter indsættelse af elementet 9.



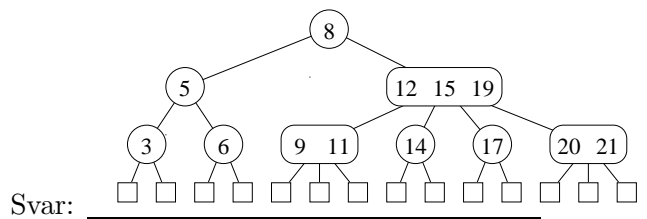
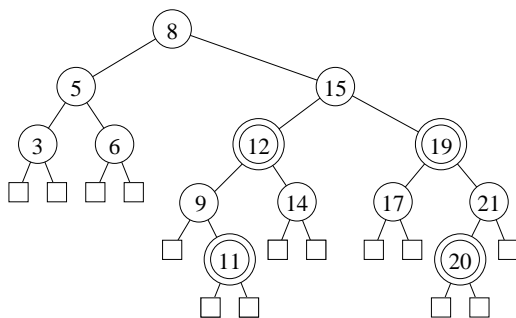
Opgave 10 (5%)

Tegn hvordan nedenstående (2,4) træ ser ud efter slettelse af elementet 15.



Opgave 11 (5%)

Nedenstående er et rød-sort træ (dobbeltcirkler angiver røde knuder). Tegn det korresponderende (2,4) træ.



Opgave 12 (5%)

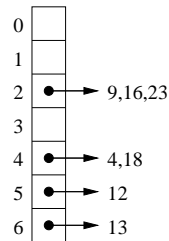
Nedenstående er en hashtabel hvor der er anvendt *linear probing*. Den anvendte hashfunktion er $h(k) = k \text{ mod } 13$. Tegn hvordan hashtabellen ser ud efter at $k = 30$ indsættes.

0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
			29	17	3				22	9	36	
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
			29	17	3	30			22	9	36	

Svar: _____

Opgave 13 (5 %)

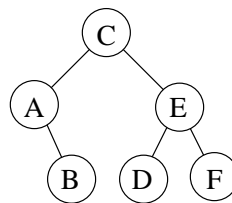
Tegn hvordan hashtabellen for mængden $\{4, 9, 12, 13, 16, 18, 23\}$ ser ud, når der bruges hash-funktionen $h(k) = k \bmod 7$ og der anvendes kædede lister til at håndtere kollisioner.



Svar: _____

Opgave 14 (5 %)

Angiv for hver af nedenstående sekvenser om den angiver et preorder, postorder, eller et inorder gennemløb af nedenstående binære træ.

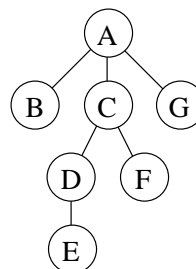


	Preorder	Postorder	Inorder	Hverken preorder, postorder, eller inorder
B D F A E C	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>
C A B E D F	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
C A E B D F	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>
A B C D E F	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
B A D F E C	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>

Opgave 15 (5 %)

Tegn det entydige træ hvor henholdsvis et preorder og postorder gennemløb giver:

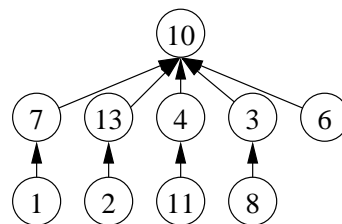
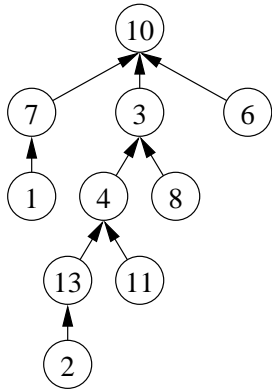
Preoder A B C D E F G
 Postorder B E D F C G A



Svar: _____

Opgave 16 (5 %)

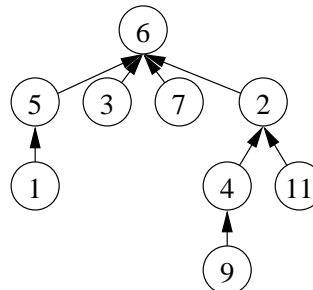
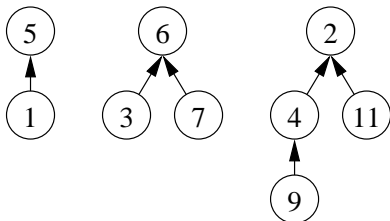
Tegn hvordan nedenstående union-find datastruktur ser ud efter $\text{FIND}(13)$, når der anvendes stikomprimering.



Svar: _____

Opgave 17 (5 %)

Tegn hvordan nedenstående union-find datastruktur ser ud efter $\text{UNION}(5,6)$ efterfulgt af $\text{UNION}(5,2)$, når der anvendes union-by-size heuristikken.



Svar: _____

Opgave 18 (5 %)

Algoritme Loop(n)
Inputbetingelse : heltal $n \geq 1$
Outputkrav : –
Metode : $i \leftarrow 1$;
 $j \leftarrow 1$;
 $\{I\}$ **while** $i < n$ **do**
 $i \leftarrow i * 2$;
 $j \leftarrow j + 1$

For hver af nedenstående udsagn, angiv om de er en invariant I for ovenstående algoritme.

	Ja	Nej
$1 \leq i$	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
$1 \leq i \leq n$	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>
$1 \leq i \leq 2n$	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
$i = 2^j$	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>
$i = 2^{j-1}$	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>

Opgave 19 (5 %)

Algoritme Loop(n)
Inputbetingelse : heltal $n \geq 1$
Outputkrav : –
Metode : $i \leftarrow 1$;
while $i < n$ **do**
 $i \leftarrow 4 * i$

For hver af nedenstående funktioner, angiv om de er en termineringsfunktion for ovenstående algoritme.

	Ja	Nej
$\mu(i, n) = n$	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>
$\mu(i, n) = -i$	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>
$\mu(i, n) = n - i$	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>
$\mu(i, n) = \log n - \log i$	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>
$\mu(i, n) = 4n - i$	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>

Opgave 20 (5 %)

Nedenstående algoritme beregner $n! = n \cdot (n - 1) \cdot (n - 2) \cdots 2 \cdot 1$. For at vise gyldigheden af algoritmen skal I_i og I_p være invarianter omkring variablene i og p . Angiv invarianter hvormed gyldigheden af algoritmen kan bevises (bevis for invarianterne kræves ikke).

Algoritme Sum(A)
Inputbetingelse : heltal $n \geq 1$
Outputkrav : $p = n!$
Metode : $p \leftarrow 1$;
 $i \leftarrow 1$;
 $\{I_i \wedge I_p\}$ **while** $i < n$ **do**
 $i \leftarrow i + 1$;
 $p \leftarrow p * i$

Svar I_i : $1 \leq i \leq n$

Svar I_p : $p = i!$

For at kunne bevise at algoritmen terminerer, kræves en passende termineringsfunktion. Angiv en termineringsfunktion (bevis for at termineringsfunktionen har de nødvendige egenskaber kræves ikke).

Svar μ : $n - i$