

Opgave 1 (4%)

	Ja	Nej
$n \cdot \log n$ er $O(n^{3/2})$?	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
$n^{1/10}$ er $O(\log n)$?	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>
$3n^2 + 7n$ er $O(10n^2)$?	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
$n(\sqrt{n} + \log n)$ er $O(n^{3/2})$?	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
n^2 er $\Omega(n^3)$?	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>

Opgave 2 (4%)

Opskriv følgende funktioner efter stigende orden med hensyn til O -notationen:

$$\begin{aligned} & n^2 \\ & n \cdot (\log n)^2 \\ & n \cdot \sqrt{n} \\ & 3^n/n^2 \\ & n + (\log n)^4 \end{aligned}$$

Svar: $n + (\log n)^4$ $n \cdot (\log n)^2$ $n \cdot \sqrt{n}$ n^2 $3^n/n^2$

Opgave 3 (4%)

Angiv for hver af nedenstående algoritmer udførelstiden som funktion af n i O -notation.

Algoritme Loop1(n)
 $x \leftarrow 0$
for $i \leftarrow 1$ **to** n **do**
 for $j \leftarrow i$ **to** n **do**
 $x \leftarrow x + j$

Algoritme Loop2(n)
 $x \leftarrow 0$
for $i \leftarrow 1$ **to** n **do**
 for $j \leftarrow 1$ **to** n **do**
 for $k \leftarrow i$ **to** j **do**
 $x \leftarrow x + i + j + k$

Algoritme Loop3(n)
 $i \leftarrow 1$
 $j \leftarrow 1$
while $i \leq n$ **do**
 if $j \leq i$ **then**
 $j \leftarrow j * 2$
 else
 $i \leftarrow i + 1$
 $j \leftarrow 1$

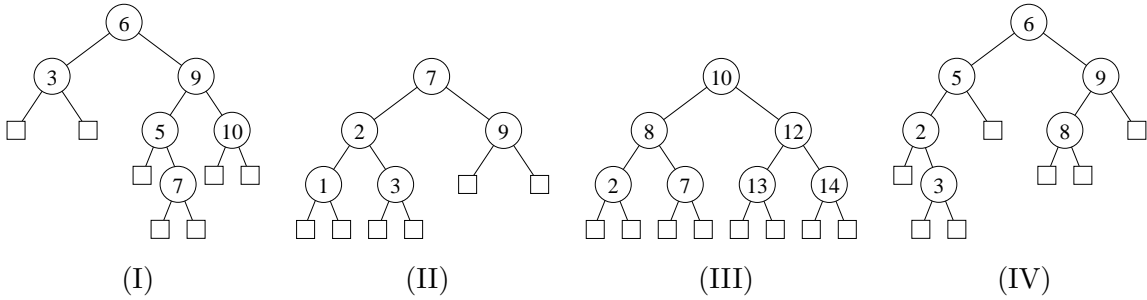
Svar Loop1: $O(n^2)$

Svar Loop2: $O(n^3)$

Svar Loop3: $O(n \cdot \log n)$

Opgave 4 (4%)

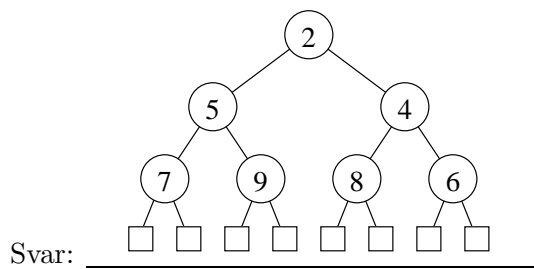
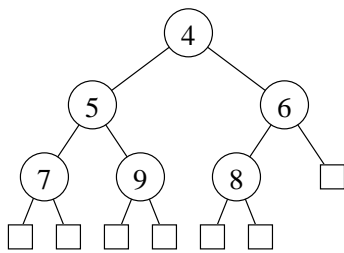
Angiv for hver af nedenstående binære træer om det er et lovligt ubalanceret binært søgetræ eller et lovligt AVL-træ.



	Ikke et søgetræ	Søgetræ men ikke et AVL-træ	AVL-træ
(I)	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
(II)	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>
(III)	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
(IV)	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>

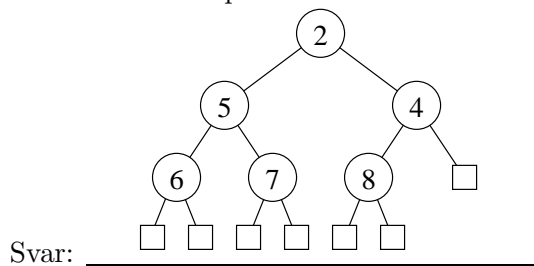
Opgave 5 (4%)

Tegn hvordan nedenstående binære heap ser ud efter indsættelse af elementet 2.



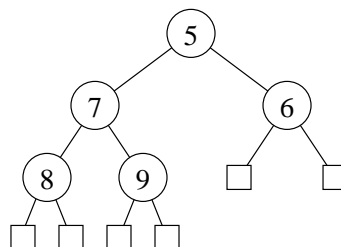
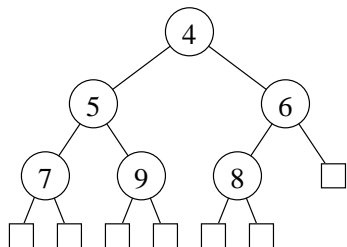
Opgave 6 (4%)

Tegn den binære heap efter indsættelse af elementerne 4, 6, 8, 5, 7, 2 i en heap i den givne rækkefølge, startende med den tomme heap.



Opgave 7 (4%)

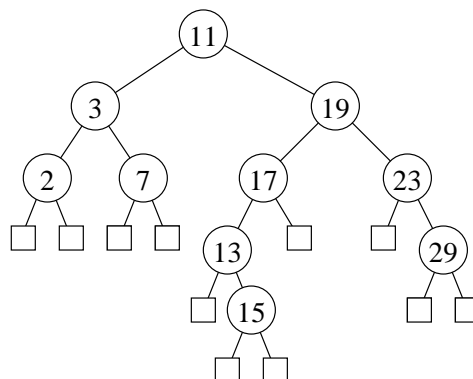
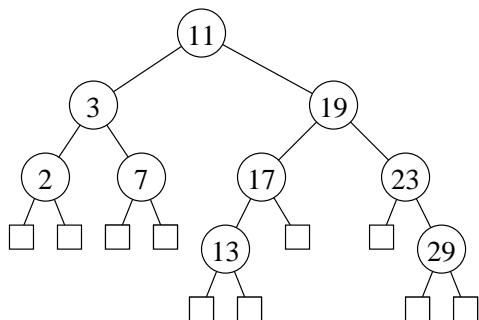
Tegn hvordan nedenstående binære heap ser ud efter en removeMin operation.



Svar: _____

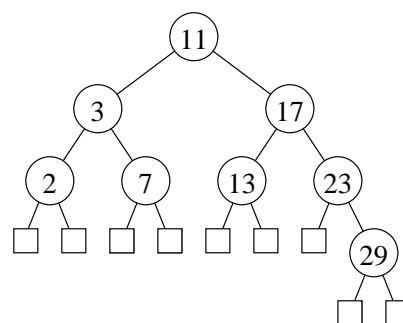
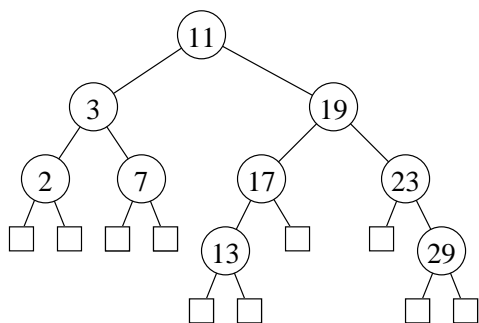
Opgave 8 (4%)

Tegn hvordan nedenstående ubalancerede binære søgetræ ser ud efter indsættelse af elementet 15.



Svar: _____

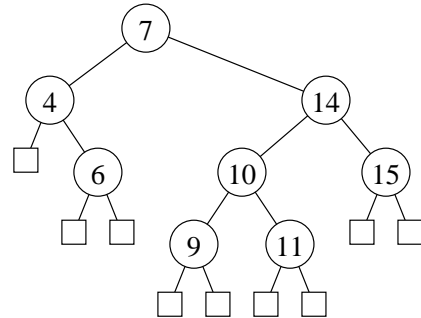
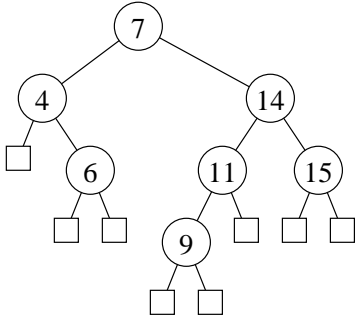
Tegn hvordan nedenstående ubalancerede binære søgetræ ser ud efter slettelse af elementet 19.



Svar: _____

Opgave 9 (4%)

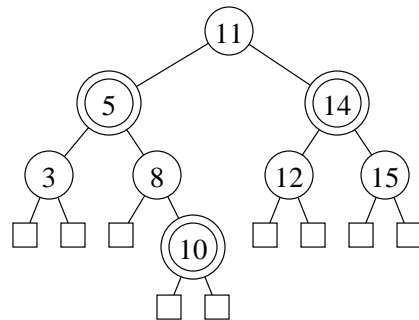
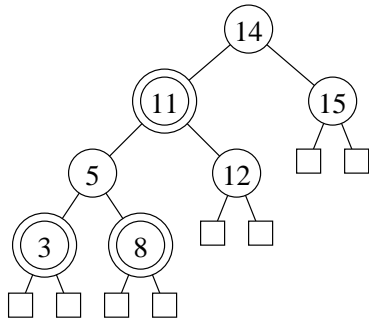
Tegn hvordan nedenstående AVL-træ ser ud efter indsættelse af elementet 10.



Svar: _____

Opgave 10 (4%)

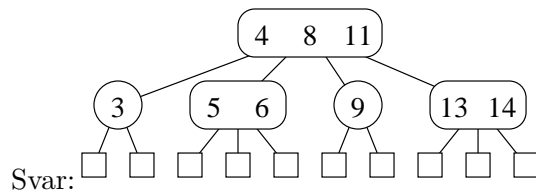
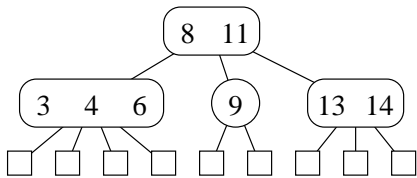
Tegn hvordan nedenstående rød-sort træ (dobbeltcirkler angiver røde knuder) ser ud efter indsættelse af elementet 10.



Svar: _____

Opgave 11 (4%)

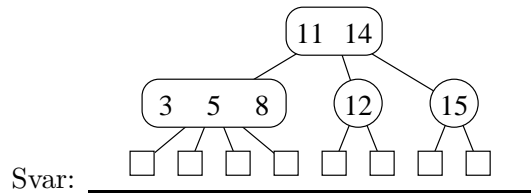
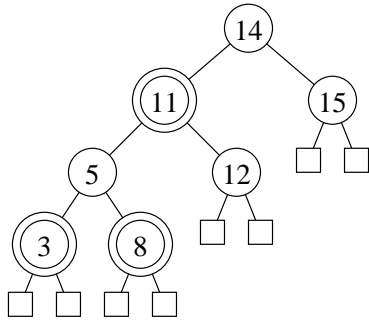
Tegn hvordan nedenstående (2,4)-træ ser ud efter indsættelse af elementet 5.



Svar: _____

Opgave 12 (4%)

Nedenstående er et rød-sort træ (dobbeltcirkler angiver røde knuder). Tegn det korresponderende (2,4)-træ.



Opgave 13 (4%)

Nedenstående er en hashtabel hvor der er anvendt *quadratic probing*. Den anvendte hashfunktion er $h(k) = k \bmod 17$. Tegn hvordan hashtabellen ser ud efter at $k = 26$ og $k = 43$ indsættes i den givne rækkefølge.

0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16
					39	5			22							

0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16
					39	5			22	26			43			

Svar: _____

Opgave 14 (4%)

Nedenstående er en hashtabel hvor der er anvendt *linear probing*. Den anvendte hashfunktion er $h(k) = k \bmod 13$. Tegn hvordan hashtabellen ser ud efter at $k = 5$ slettes fra hashtabellen (der må ikke bruges dummy elementer).

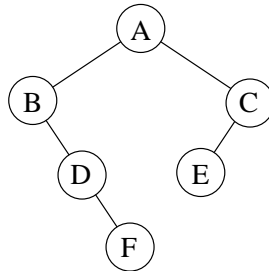
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
					18	5	7	44	20	23		

0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
					18	44	7	20		23		

Svar: _____

Opgave 15 (4%)

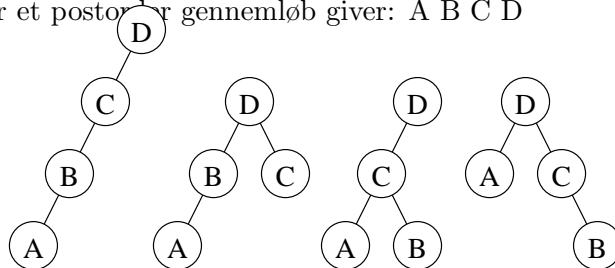
Angiv for hver af nedenstående sekvenser om den angiver et preorder, postorder, eller et inorder gennemløb af nedenstående binære træ.



	Preorder	Postorder	Inorder	Hverken preorder, postorder, eller inorder
A B C D E F	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>
F D B E C A	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
B D F A E C	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
A B D F C E	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
B D F C E A	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>

Opgave 16 (4%)

Tegn fire træer hvor et postorder gennemløb giver: A B C D



Svar: _____

Opgave 17 (4%)

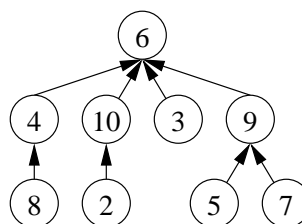
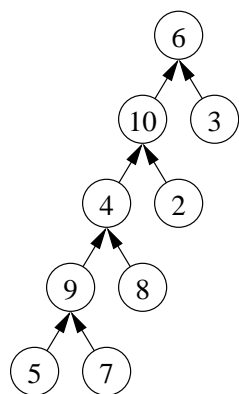
Betragt radix-sort anvendt på nedenstående liste af tal ($d = 3$, $N = 10$). Angiv den delvist sorterede liste efter at radix-sort har sorteret tallene efter de to mindst betydende cifre.

133 534 234 204 100 566

Svar: _____ 100 204 133 534 234 566

Opgave 18 (4%)

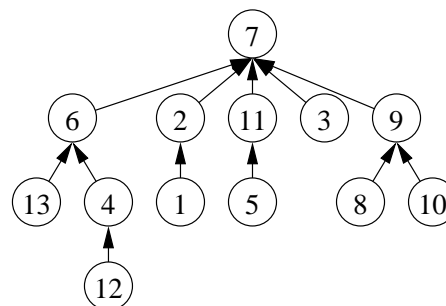
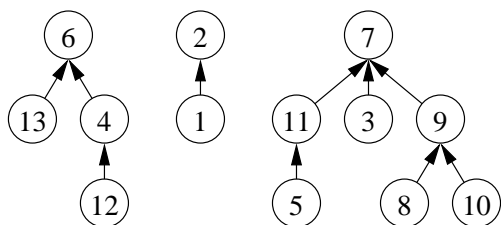
Tegn hvordan nedenstående union-find datastruktur ser ud efter $\text{FIND}(9)$, når der anvendes stikomprimering.



Svar: _____

Opgave 19 (4%)

Tegn hvordan nedenstående union-find datastruktur ser ud efter $\text{UNION}(2,7)$ efterfulgt af $\text{UNION}(6,7)$, når der anvendes union-by-size heuristikken.



Svar: _____

Transitionssystem Euklid3(i, j, k)

Configurations: $\{[i, j, k] \mid i, j, k \geq 1\}$

$$[i, j, k] \triangleright [i, j - i, k] \quad \mathbf{if} \quad i < j$$

$$[i, j, k] \triangleright [i, j, k - i] \quad \mathbf{if} \quad i < k$$

$$[i, j, k] \triangleright [i - j, j, k] \quad \mathbf{if} \quad j < i$$

$$[i, j, k] \triangleright [i, j, k - j] \quad \mathbf{if} \quad j < k$$

$$[i, j, k] \triangleright [i - k, j, k] \quad \mathbf{if} \quad k < i$$

$$[i, j, k] \triangleright [i, j - k, k] \quad \mathbf{if} \quad k < j$$

Opgave 20 (4 %)

For hver af nedenstående udsagn, angiv om de er en invariant for ovenstående transitionssystem Euklid3. Startkonfigurationen antages at være $[i_0, j_0, k_0]$.

	Ja	Nej
$i \leq j \leq k$	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>
$j \geq 0$	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
$i \cdot k \cdot j > 0$	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
$\gcd(i, j, k) = \gcd(i_0, j_0, k_0)$	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
$\min\{i_0, j_0, k_0\} \leq \min\{i, j, k\}$	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>

Opgave 21 (4 %)

For hver af nedenstående funktioner, angiv om de er en termineringsfunktion for ovenstående transitionssystem Euklid3.

	Ja	Nej
$\mu(i, j, k) = i \cdot j \cdot k$	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
$\mu(i, j, k) = i \cdot j + k$	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
$\mu(i, j, k) = \min\{i, j, k\}$	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>
$\mu(i, j, k) = \max\{i, j, k\}$	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>
$\mu(i, j, k) = i + j + k$	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>

Algoritme Loop(n)
Inputbetingelse : heltal $n \geq 1$
Outputkrav : –
Metode : $i \leftarrow 1$;
 $j \leftarrow 1$;
 { I } **while** $i + j < n$ **do**
 $i \leftarrow i + 1$;
 $j \leftarrow j + i$

Opgave 22 (4 %)

For hver af nedenstående udsagn, angiv om de er en invariant I for ovenstående algoritme Loop.

	Ja	Nej
$1 \leq i + j \leq n$	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>
$j \leq n$	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
$i \leq j$	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
$j = i^2$	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>
$j = (i + 1)i/2$	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>

Opgave 23 (4 %)

For hver af nedenstående funktioner, angiv om de er en termineringsfunktion for ovenstående algoritme Loop.

	Ja	Nej
$\mu(i, n) = i + j$	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>
$\mu(i, n) = n - i$	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
$\mu(i, n) = n - i - j$	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>
$\mu(i, n) = \log n - \log i$	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>
$\mu(i, n) = j - 1$	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>

